



**НАЦИОНАЛЬНЫЙ
РАСЧЕТНЫЙ
ДЕПОЗИТАРИЙ**
ГРУППА МОСКОВСКАЯ БИРЖА

**Приложение 3
к приказу НКО АО НРД
от «20» мая 2020 г. № 91**

**«СОГЛАСОВАНО»
Экспертным Советом
Ценового центра НКО АО НРД
(протокол №27 от «22» апреля 2020 года)**

Методика определения стоимости облигаций с плавающей структурой платежей

ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Активный рынок – рынок, на котором сделки с данной облигацией заключаются с достаточной частотой и в достаточном объеме, чтобы обеспечить информацию о ценах на регулярной основе. В данной методике под показателем активности рынка принимается наличие достоверных сделок в течение последнего торгового дня, а также наличие более K_{min} достоверных сделок за последние 250 торговых дней.

Биржевые сделки – сделки, заключенные на Московской Бирже в режиме основных торгов, а также в режиме переговорных сделок (РПС).

Достоверные сделки – сделки, удовлетворяющие критерию достоверности, описанному в главе 3 настоящей Методики.

Индикатор – процентная ставка, индекс или контракт, цена или значение которых формируются провайдером или торговой площадкой по результатам сделок, фиксинга или консенсусного опроса и публикуются в открытом доступе или доступны по подписке.

Котировки – ценовые данные, значения индикаторов, полученные с централизованных торговых площадок (в том числе, с Московской Биржи) или через операторов, а также в по результатам фиксинга.

Облигация с плавающей структурой платежей – облигация с не определенным на дату расчета структурой платежей, выплаты купонного дохода, амортизационные выплаты или индексация номинала по которой привязаны к рыночному индикатору, и на каждую дату выплаты дохода или возврата долга определяются по формуле или правилам, зафиксированным в эмиссионных документах или раскрываемым эмитентом. При этом правила, зафиксированные в эмиссионных документах или раскрытые эмитентом, предполагают возможность описания выплаты через математическую формулу.

Облигация с простой структурой платежей – облигация, для которой на момент размещения известны все будущие выплаты (в том числе, купоны и амортизационные выплаты) до плановой даты погашения или до ближайшей оферты.

Основной рынок – рынок с наибольшим объемом торгов и уровнем активности для данной облигации. Для рублевых облигаций с плавающей структурой платежей, если в Приложении 1 не указано иное, основным рынком является биржевой – Московская биржа.

Плановый поток платежей – прогнозируемый поток будущих платежей по облигации с плавающим потоком платежей, рассчитанный в соответствии с правилами, описанными в эмиссионных документах, и implied кривой ожиданий по соответствующему индикатору.

Рыночные данные – данные (цены, объемы и т.д.) фактически совершенных сделок, котировки.

Справедливая стоимость – ожидаемая цена, которая могла бы быть получена при совершении сделки купли-продажи по облигации на дату оценки в ходе совершения обычной сделки между хорошо осведомленными и независимыми друг от друга участниками рынка. В настоящей методике также используется в значении теоретической справедливой стоимости (ТСС).

G-curve – индикатор, кривая бескупонной доходности ОФЗ, публикуемая на ежедневной основе Московской биржей¹.

Implied кривая ожиданий - кривая ожиданий значений индикатора для срочностей и сроков, превосходящих публикуемые провайдером или торговой площадкой. Рассчитывается из доступных рыночных данных по суверенным облигациям с плавающей структурой платежей, привязанным к данному индикатору.

¹ На момент согласования настоящей Методики кривая бескупонной доходности ОФЗ публикуется Московской биржей на <https://www.moex.com/ru/marketdata/indices/state/g-curve/>

1. Общие положения

- 1.1 Настоящая методика устанавливает способ определения справедливой стоимости облигаций с плавающей структурой платежей. Методика может применяться для определения цены в целях переоценки портфелей участников рынка и их клиентов, финансовой отчетности, оценки стоимости обеспечения по сделкам (в том числе, по сделкам РЕПО и РЕПО на корзину ценных бумаг).
- 1.2 Настоящая Методика предназначена для оценки рублевых облигаций с плавающей структурой платежей, обращающихся на централизованных площадках, эмитент или выпуск которых имеют международные кредитные рейтинги. Методика является дополнением к основной Методике оценки рублевых облигаций² и ограничено применима к выпускам в других валютах или не обращающихся на Московской бирже.
- 1.3 Методика основана на принципах, изложенных в Международном стандарте финансовой отчетности МСФО (IFRS) 13, и использует трехуровневую иерархию методов оценки справедливой стоимости в соответствии с уровнями исходных данных. При наличии рыночных данных, приоритет отдается наблюдаемым ценам биржевых сделок. В случае отсутствия активного рынка и достоверных сделок в течение дня, но наличии достаточной статистики за последний торговый год, оценка доходности облигации производится на основе модели дисконтирования денежных потоков с учетом наблюдаемых на рынке кредитных спредов. При отсутствии статистики по достоверным сделкам за последний торговый год, используется модель факторного разложения цены.
- 1.4 Рассчитанная в соответствии с настоящей Методикой стоимость облигаций с плавающей структурой платежей призвана с определенным уровнем достоверности определить справедливую стоимость на определенную дату. Интервал допустимых значений справедливой стоимости призван с 90% вероятностью определить границы достоверности оценки справедливой стоимости. Определение стоимости облигации производится без учета влияния на нее объема совершаемой контрагентами сделки и может приниматься как стоимость сделки характерного для данной облигации объема. Методика может в недостаточной мере учитывать волатильность конкретной облигации относительно рынка российских облигаций в целом, а также кредитный риск конкретной облигации по сравнению с кредитным риском других выпусков данного эмитента, при отсутствии достоверных сделок по данному выпуску.
- 1.5 Термины и определения, не установленные в Методике, применяются в значениях, установленных внутренними документами НКО АО НРД, документами, регламентирующими порядок проведения торгов и расчета информационных показателей в ПАО Московская биржа, а также нормативными правовыми актами Банка России, законами и иными нормативными правовыми актами Российской Федерации.
- 1.6 Настоящая Методика, а также все изменения и дополнения в нее утверждаются Председателем Правления НКО АО НРД при согласовании с Экспертным Советом и вступают в силу с даты, определяемой решением Председателем Правления НКО АО НРД.

² Методика оценки рублевых облигаций размещена на <https://nsddata.ru/ru/documents> в разделе Ценовой центр НРД, Методики и иные документы.

2. Порядок определения стоимости облигаций с плавающей структурой платежей

- 2.1 Определение справедливой стоимости $P_i(t)$ для i -ого выпуска облигаций с плавающей структурой платежей на время t , а также интервала допустимых значений справедливой стоимости $[D_i(t); U_i(t)]$ основывается на применении каскада из трех методов, в соответствии с уровнем исходных данных:
- метод рыночных цен;
 - метод дисконтированного денежного потока;
 - метод факторного разложения цены.
- 2.2 Первый уровень оценки использует рыночный подход, второй и третий уровень используют доходный подход. Выбор одного из трех методов расчета справедливой стоимости определяется доступностью и степенью достоверности рыночных данных. На первом уровне используется информация по биржевым сделкам по данному выпуску облигаций, на втором уровне используются рыночные данные (включая котировки) по данному выпуску облигаций и по соответствующему индикатору, а также рыночные данные по суверенным облигациям, привязанным к данному индикатору, на третьем уровне используются фундаментальные факторы кредитного риска и риска ликвидности, рассчитанные на основании данных по российскому рынку облигаций и соответствующему выпуску.
- 2.3 Первый уровень оценки – метод рыночных цен – применим, если в течение дня были совершены достоверные биржевые сделки с данной облигацией, по которым возможен расчет справедливой рыночной цены. В этом случае справедливая стоимость облигации определяется как медиана цен достоверных сделок, взвешенная по объемам.
- 2.4 Второй уровень оценки – метод дисконтированного денежного потока – применим при отсутствии достоверных сделок по облигации в течение торгового дня, но если в течение последних 14 дней такие сделки наблюдались, либо существуют ликвидные выпуски данного эмитента с простой структурой денежных потоков, через которые возможно определить кредитный спред эмитента. В таком случае цена данного выпуска определяется через метод дисконтирования будущих денежных потоков, с учетом планового потока платежей и значения кредитного спреда.
- 2.5 Третий уровень оценки – метод факторного разложения цены – применяется в случае, если невозможен расчет цены по методу рыночных цен и методу экстраполяции индексов. При этом доходность данного выпуска облигаций определяется как сумма базовой процентной ставки, премии за кредитный риск и премии за ликвидность, а также ряда дополнительных факторов, характеризующих поведение отрасли и российского долгового рынка в целом. Цена данного выпуска определяется через метод дисконтирования будущих денежных потоков, с учетом планового потока платежей.
- 2.6 Настоящая методика является дополнением к Методике оценки рублевых облигаций и Методике оценки еврооблигаций Правительства РФ и использует соответствующую терминологию, а также может ссылаться на вышестоящие Методики в части деталей расчетов.
- 2.7 Управляющими параметрами методики являются (значения управляющих параметров устанавливаются Методической рабочей группой и фиксируются в Приложении 1 к настоящей Методике):

- a) Список индикаторов, по которым поддерживается расчет implied кривой ожиданий в соответствии с настоящей методикой
- b) Соответствие между индикаторами, указанными в эмиссионных документах, и $indicator(T)$, используемыми для расчета прогнозных значений будущих выплат, а также суверенными облигациями, используемыми для расчета implied кривой ожиданий по индикатору
- c) Список основных рынков, отличных от Московской биржи (при наличии)
- d) K_{min} – минимальное количество сделок за последний торговый год для признания рынка активным

3. Метод рыночных цен

- 3.1 Метод рыночных цен предназначен для определения справедливой цены облигации с плавающей структурой платежей в случае, когда в течение дня с облигацией совершены 1 или более сделок, признанных достоверными. Если в течение торгового дня на основном рынке были зафиксированы достоверные сделки, то справедливая рыночная цена облигации рассчитывается как медиана цен таких сделок, взвешенная по объемам.
- 3.2 Достоверными признаются сделки, предполагающие присутствие объекта на рынке на протяжении некоторого времени до времени оценки и не являющиеся вынужденными (например, принудительная ликвидация или вынужденная продажа), что с точки зрения наблюдаемых величин соответствует значительной нерыночности цены. Если Методической рабочей группой не согласовано иное, в качестве индикатора достаточного срока принимается наличие минимум K_{min} сделок за последний торговый год. Также справедливая стоимость, рассчитанная по методу рыночных цен, соответствует ожидаемой цене по сделке характерного для данной облигации объема и не учитывает влияние объема, например, значительно превышающего средний дневной объем торгов. Оценка достоверности сделок по наблюдаемым данным – ценам и объемам сделок – описана в пункте 3.4 настоящей Методики.
- 3.3 На момент написания методики основным рынком для рублевых рейтингованных облигаций с простым купоном является Московская биржа. Для расчета справедливой стоимости принимаются во внимание как сделки заключенные в режиме основных торгов, так и в режиме переговорных сделок.
- 3.4 Сделка признается достоверной, если достоверность $q = 1$ и недостоверной, если достоверность $q = 0$. Достоверность сделки определяется следующим образом:
- 3.4.1 Если сделка, заключенная с облигацией в течение торгового дня, по объему V превышает 99% квантиль распределения объемов за 1 торговый год (250 торговых дней), достоверность такой сделки $q = 0$.
 - 3.4.2 Если в течение торгового дня на рынке заключено 2 и более сделки с данным выпуском облигаций с различной ценой, по которым $q \neq 0$ в соответствии с пунктом 3.4.1, то по всем таким сделкам рассчитывается показатель достоверности:

$$F_H = \frac{\Delta_H}{\ln(V)},$$

где V – объем заключенных сделок, $\Delta_H = (Q_{97,5} - Q_{2,5})$ – разница между 97,5% и 2,5% взвешенными по объемам квантилями цен сделок, заключенных за день.

Если показатель F_H превышает годовой 95% квантиль соответствующего распределения, из дневного распределения цен сделок поочередно исключаются краевые сделки. Исключение происходит последовательно таким образом, чтобы в первую очередь исключалась сделка, наиболее сильно уменьшающая показатель F_H . Последовательное исключение происходит до тех пор, пока значение показателя F_H не попадет в 90% годовой квантиль или пока количество сделок с различной ценой в рассматриваемом распределении не станет меньше 2. Для исключенных сделок достоверность $q = 0$.

Если показатель F_H попадает в 95% годовой квантиль соответствующего распределения, все сделки, участвовавшие в расчете показателя, признаются достоверными и показатель достоверности по ним $q = 1$.

Если в результате последовательного исключения сделок из распределения осталась только 1 сделка (или несколько сделок с одинаковой ценой), по которой $q \neq [0;1]$, показатель достоверности по такой сделке определяется в соответствии с пунктом 3.4.3.

- 3.4.3 Если в течение торгового дня на рынке заключена только 1 сделка (или несколько сделок с одной ценой) с облигацией, по которой $q \neq 0$ в соответствии с пунктом 3.4.1, однако в течение 7 предшествовавших дней были дни, в которые заключено более 1 сделки, признанной достоверной в соответствии с пунктом 3.4.2, то для сделки рассчитывается показатель:

$$F_S = \frac{\Delta_S}{\ln(V)},$$

где $\Delta_S = |px(t) - P_H(t_{last})|$ – изменение цены, сделки относительно последней достоверной цены, рассчитанной более чем по 1 сделке, $px(t)$ – наблюдаемая рыночная цена.

Если показатель F_S попадает в 90% годовой квантиль соответствующего распределения, все сделки, участвовавшие в расчете показателя, признаются достоверными и показатель достоверности по ним $q = 1$.

- 3.4.4 В расчете справедливой стоимости по методу рыночных цен участвуют данные по всем сделкам, по которым $q = 1$ в соответствии с пунктами 3.4.2 и 3.4.3.

- 3.5 Справедливая цена облигации с плавающей структурой платежей по методу рыночных цен рассчитывается как:

$$P_1(t) = Q_{50}(px_i),$$

где px_i – цены достоверных сделок с данной облигацией, наблюдавшиеся в дату оценки, Q_{50} – средневзвешенная медиана, соответствующая 50% взвешенному по объемам квантилю распределения цен сделок.

- 3.6 Коридор достоверности цены определяется как:

$$[D_1(t); U_1(t)] = [Q_{2,5}(px_i); Q_{97,5}(px_i)]$$

где $Q_{97,5}(F)$ – 97,5% годовой квантиль распределения показателей достоверности F_H и F_S .

4. Прогнозирование планового потока платежей

- 4.1 Прогнозирование планового потока платежей по облигациям с плавающей структурой платежей производится на основе implied кривых ожиданий для индикаторов, к которым привязана плавающая структура платежей данной облигации в соответствии с эмиссионными документами.
- 4.2 Если i -ая выплата CF_i (в соответствии с правилами, описанными в эмиссионных документах) может быть выражена через индикатор:
$$CF_i = f(\text{indicator}(T)),$$
где $f(\text{indicator}(T))$ – некая функция от значения индикатора на дату T , то задача определения будущей выплаты сводится к задаче определения ожидания по значению индикатора на дату T .
- 4.3 Список соответствия между индикаторами, указанными в эмиссионных документах, и $\text{indicator}(T)$, используемыми для расчета прогнозных значений будущих выплат, приведен в Приложении 1 к настоящей методике и определяется Методической рабочей группой.
- 4.4 Для прогнозирования значений индикаторов на срочности, превосходящие напрямую доступные на рынке, настоящая методика предлагает использование implied кривых ожиданий. Для расчета implied кривых ожиданий используются рыночные данные по суверенным облигациям, в соответствии с Приложением 1.
- 4.5 Общая методика построения вмененных кривых по модифицированной модели Смита-Уилсона описана в Приложении 4 к Методике определения стоимости рублевых облигаций. Однако в настоящей методике вводятся некоторые модификации, призванные оптимизировать кривую для работы с заранее неизвестными структурами платежей. Модификация модели описана в Приложении 2 к настоящей методике.
- 4.6 Для определения планового потока платежей производятся вычисления в соответствии с п. 4.2-4.5 настоящей методики для каждой выплаты CF_i по оцениваемой облигации на дату оценки.

5. Метод дисконтированного денежного потока

- 5.1 Метод применяется для оценки стоимости облигаций с плавающей структурой платежей, если в дату оценки не были совершены достоверные биржевые сделки с данным выпуском облигаций и невозможен расчет справедливой стоимости по методу рыночных цен. Метод дисконтированного денежного потока может применяться к оценке облигаций с плавающей структурой платежей после определения планового потока платежей в соответствии с главой 4 настоящей методики.
- 5.2 В качестве базовой кривой бескупонной доходности используется кривая бескупонной доходности, публикуемая Московской Биржей.
- 5.3 Цена облигации по методу дисконтированного денежного потока рассчитывается как:
$$P_2(t) = \sum \frac{CF_i}{(1 + r_t + Z)^{T_i}} - AI,$$
где r_t – ставка бескупонной доходности, соответствующая плановой дате платежа, CF_i – все ожидаемые платежи по облигации, известные на дату оценки и рассчитанные в соответствии с Главой 4, Z – z-спред облигации к кривой бескупонной доходности, AI – накопленный купонный доход по облигации.
- 5.4 Z-спред определяется следующим образом:

- 5.4.1 В случае, если в течение последних 10 рабочих дней наблюдались достоверные сделки с данной облигацией, используется последний наблюдавшийся z-спред;
- 5.4.2 В случае, если в течение последних 10 рабочих дней не было достоверных сделок с данной облигацией, однако у данного эмитента есть ликвидные выпуски с простой структурой денежных потоков, используется средний z-спред таких выпусков. При этом для определения среднего z-спреда предлагается использовать только те выпуски, дата погашения которых отличается от даты погашения оцениваемого выпуска не более чем на 2 года. В целях настоящей оценки под ликвидными понимаются такие выпуски, для которых на дату оценки определена цена по методу фактических цен Методики определения стоимости рублевых облигаций.
- 5.5 Для целей оценки коридора достоверности цены по методу дисконтированного денежного потока рассчитываются Z_d и Z_u – верхняя и нижняя границы достоверности z-спреда. Значение границ достоверности z-спреда определяется как решение уравнения 5.3 на дату фиксации z-спреда для двух цен облигации, равных нижней и верхней границам коридора справедливых цен по методу рыночных цен для случая 5.4.1 и по методу фактических цен для случая 5.4.2.

- 5.6 Коридор достоверности цены по методу экстраполяции индексов определяется как:

$$[D_2(t); U_2(t)] = [P_2(t; Z_d); P_2(t; Z_u)].$$

6. Метод факторного разложения цены

- 6.1 Метод факторного разложения цены применяется, когда невозможен расчет стоимости облигации с плавающей структурой платежей по методу рыночных цен и методу дисконтированного денежного потока – то есть в случае, если по данному выпуску облигаций не было достоверных сделок в течение 10 рабочих дней и у эмитента выпуска нет ликвидных облигаций с фиксированной структурой платежей и близкой датой погашения.
- 6.2 Оценка производится в соответствии с Главой 6 Методики определения стоимости рублевых облигаций с учетом следующего допущения – для оценки z-спреда облигаций с плавающей структурой платежей используются регрессионные коэффициенты, полученные в рамках проведения расчета по Методике определения стоимости рублевых облигаций. Данное допущение применяется, поскольку рынок облигаций с плавающей структурой платежей в целом недостаточно ликвиден и активен, чтобы провести независимую оценку коэффициентов регрессии.
- 6.3 В качестве безрисковой ставки используется значение G-curve на соответствующую срочность.

Приложение 1

Значение управляющих параметров методики

CPI – индикатор, индекс потребительских цен на товары и услуги РФ, публикуемый Федеральной службой государственной статистики.³

ROISFIX – индикатор, фиксинг OIS на RUONIA.⁴

Ключевая ставка Банка России (КС) – индикатор, минимальный процент ставки кредитования коммерческих банков Банком России, устанавливается Банком России.⁵

- а) Индикаторы, по которым поддерживается расчет implied кривой ожиданий:
- CPI
 - RUONIA (ROISFIX)
 - КС
- б) Соответствие между индикаторами, указанными в эмиссионных документах, и $indicator(T)$, используемыми для расчета планового потока платежей, а также суверенными облигациями, используемыми для расчета implied кривой ожиданий по индикатору:

Указаны в эмиссионных документах	Indicator (t)	Суверенные облигации
RUONIA, ROISFIX, OIS	RUONIA+ROISFIX	ОФЗ-ПК
Доходность ОФЗ	G-curve	ОФЗ-ПД
CPI, инфляция	CPI	ОФЗ-ИН
КС, ставка рефинансирования Банка России	КС	

- с) Основные рынки:
- Московская Биржа
- д) K_{min} – минимальное количество сделок за последний торговый год для признания рынка активным – 50.

³ На момент согласования настоящей Методики индекс потребительских цен на товары и услуги публикуется на http://www.gks.ru/free_doc/new_site/prices/bd/bd_1902001.htm

⁴ На момент согласования настоящей Методики результаты фиксинга публикуются на <http://www.roisfix.ru/>

⁵ На момент согласования настоящей Методики ключевая ставка Банка России публикуется на https://www.cbr.ru/hd_base/KeyRate/

Приложение 2

Оценка implied кривых ожиданий по модели Смита-Уилсона: дополнение для ОФЗ-ПК (RUONIA) и ОФЗ-ИН (CPI)

База расчета — список государственных облигаций, привязанных к средней RUONIA, используемых для расчета кривой доходности.

Конвенция расчета дней – АСТ/365.

Текущий момент времени в долях года – s

Процентная ставка – $r_s(t)$

Коэффициент дисконтирования в момент времени s на период t :

$$D_s(t) = [1 + r_s(t)]^{-t}$$

Непрерывная процентная ставка:

$$y_s(t) = \frac{-\ln[D_s(t)]}{t}$$

Предельная форвардная ставка, равная долгосрочному прогнозу номинальной ставки, определяется в зависимости от прогнозируемого индикатора (для CPI приравнивается к таргетируемому значению инфляции, на момент написания методики равно 4%; для прогнозов по RUONIA + ROISFIX используется 7,14%, аналогично рублевым облигациям), далее – ω .

Приведенный коэффициент дисконтирования

$$d_s(t) = e^{\omega t} D_s(t)$$

Функция ядра – Z

Параметр скорости сходимости

$$\alpha = 0.05$$

Функция ядра определяется как:

$$Z(u, v) = \alpha \min(u, v) - 0.5(e^{-\alpha|u-v|} - e^{-\alpha(u+v)})$$

Все операции сложения и умножения определены канонически.

Для наблюдаемых выпусков расчет средней цены производится с использованием цен, рассчитанных по 1-му методу (методу рыночных цен) p_i

Для предыдущего торгового дня определяется дневной параметр меры точности выпуска через параметр $\Delta^{prev\ day}$ метода рыночных цен:

$$m^{prev\ day} = \Delta^{prev\ day}$$

На основании полученной в предыдущий момент фиксации цен s_{n-1} меры точности выпуска δ_i для выпуска i новая мера точности выпуска определяется с использованием экспоненциального фильтра с параметром $\theta = 0.95$:

$$\delta^{tod} = \theta * \delta^{prev\ day} + (1 - \theta)\Delta^{prev\ day}$$

Определяется мера точности наблюдаемой цены

$$q_{trades} = \max(\delta^{tod}, \Delta^{tod})$$

$H^i(d)$ – векторная функция, которая определяет в зависимости от значения дисконт-факторов вмененной кривой размер i -ой выплаты.

Внутренними входными переменными являются:

- вектор срочностей \mathbf{t} ,
- предыдущая дата расчета кривой ожиданий \mathbf{s}_{n-1} ,
- вектор \mathbf{d}_{n-1} дисконт-факторов в точках \mathbf{t} ,
- ковариационная матрица \mathbf{R}_{n-1} приведенной функции дисконтирования в точках \mathbf{t} .

Постоянными входными параметрами являются $\alpha = 5\%$, ω и параметр сглаживания $\lambda = 1000$

Расчет непараметрической модели:

Используются вектор цен облигаций \mathbf{H}_p и якобиан этого вектора $\partial_d \mathbf{H}_p$

$$\mathbf{H}_p = [H_p^i]$$

Ковариационная матрица ошибок имеет вид $\mathbf{N}_n = \lambda \cdot \text{diag}(\mathbf{q})$

Ковариационная функция шага динамики имеет вид

$$\mathbf{M}_n(\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2) = \frac{(\mathbf{s}_n - \mathbf{s}_{n-1})}{\alpha^2} \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2)$$

Согласно непараметрической модели, уравнения шага динамики и измерения приведенной случайной функции дисконтирования $\mathbf{d}_n(\mathbf{t})$ в момент \mathbf{s}_n на произвольную дату \mathbf{t} имеют вид⁶

$$\begin{cases} \mathbf{d}_n(\mathbf{t}) = \mathbf{1} + \mathbf{d}_{n-1}(\mathbf{t}) - \mathbf{d}_{n-1}(\mathbf{s}_n) + \mathbf{v}_n(\mathbf{t}) \\ \mathbf{p}_n = \mathbf{H}^p \mathbf{d}_n[\mathbf{u}] + \mathbf{e}_n \end{cases}$$

с начальным условием $\mathbf{d}_0(\mathbf{t}) \equiv \mathbf{1}$, где \mathbf{u} – вектор срочностей будущих выплат по облигации. Случайные переменные имеют распределение

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_n(\mathbf{t}) &\sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{M}_n(\mathbf{t}, \mathbf{t})) \\ \mathbf{e}_n &\sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{N}_n) \end{aligned}$$

Для расчета шага динамики фильтра Калмана используется интерполяция среднего приведенной функции дисконтирования $\mathbf{d}_{n-1}(\mathbf{t})$ и ее ковариационной матрицы $\mathbf{R}_{n-1}(\mathbf{t}, \mathbf{t})$ на сетке \mathbf{t} по их дискретной аппроксимации \mathbf{d}_{n-1} и \mathbf{R}_{n-1} соответственно. Рассчитываются следующие значения:

$$\mathbf{d}_{n-1}(\mathbf{s}_n), \mathbf{R}_{n-1}(\mathbf{s}_n, \mathbf{s}_n), \mathbf{R}_{n-1}[\mathbf{t}, \mathbf{s}_n], \mathbf{R}_{n-1}[\mathbf{s}_n, \mathbf{t}].$$

Шаг динамики состоит в вычислении прогноза вектора коэффициентов дисконтирования \mathbf{d}_{n-0} и матрицы ковариации \mathbf{R}_{n-0} по формулам

⁶ Данные формулы носят теоретический характер, в расчетах не применяются

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{n-0} &= \mathbf{1} + \mathbf{d}_{n-1} - \mathbf{d}_{n-1}(\mathbf{s}_n) \\ \mathbf{R}_{n-0} &= \mathbf{R}_{n-1} - \mathbf{R}_{n-1}[\mathbf{t}, \mathbf{s}_n] - \mathbf{R}_{n-1}[\mathbf{s}_n, \mathbf{t}] + \mathbf{R}_{n-1}(\mathbf{s}_n, \mathbf{s}_n) + \mathbf{M}_n[\mathbf{t}, \mathbf{t}] \end{aligned}$$

Аналогично для расчета этапа измерения фильтра Калмана используется интерполяция прогноза среднего приведенной функции дисконтирования $\mathbf{d}_{n-0}(\mathbf{t})$ и ее ковариационной матрицы $\mathbf{R}_{n-0}(\mathbf{t}, \mathbf{t})$ на сетке \mathbf{t} по их дискретной аппроксимации \mathbf{d}_{n-0} и \mathbf{R}_{n-0} соответственно. Рассчитываются следующие значения:

$$\mathbf{d}_{n-0}[\mathbf{u}], \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{u}], \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{t}, \mathbf{u}], \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{t}].$$

Этап измерения состоит в вычислении вектора коэффициентов дисконтирования \mathbf{d}_n и матрицы ковариации \mathbf{R}_n по формулам:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_n &= \mathbf{d}_{n-0} + \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{t}, \mathbf{u}] J_d^*(\hat{\mathbf{p}}) J_d(\hat{\mathbf{p}}) \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{u}] J_d^*(\hat{\mathbf{p}}) + \mathbf{N}_n^{-1}(\mathbf{p}_n - \mathbf{H}_p(\mathbf{d}_{n-0})) \\ \mathbf{R}_n &= \mathbf{R}_{n-0} + \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{t}, \mathbf{u}] \partial_d \mathbf{H}_p^* [\partial_d \mathbf{H}_p \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{u}] \partial_d \mathbf{H}_p^* + \mathbf{N}_n]^{-1} \partial_d \mathbf{H}_p \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{t}] \end{aligned}$$

Дополнительно используется следующее приближение: для расчета производных используется только тот участок кривой, который ранее не использовался для расчета уже зафиксированных (вычисленных) купонов (т.е. потоков платежей с более ранней датой выплаты).

Приложение 3

Построение кривой ожиданий для ключевой ставки Банка России (КС)

Текущий момент времени в долях года – s

Процентная ставка – $r_s(t)$

Значение КС на будущие моменты времени t принимается равным текущему значению КС:

$$r_s^{\text{KC}}(t) = r_s^{\text{KC}}(s).$$